绝密 ★ 考试结束前

全国2016年10月高等教育自学考试

线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明：在本卷中，A^{T}表示矩阵A的转置矩阵，A^{*}表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$r(A)$表示矩阵A的秩。

选择题部分

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题2分，共10分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 已知2阶行列式$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}=-2$，则$\begin{vmatrix} -a_1+a_2 & 2a_2 \\ -b_1+b_2 & 2b_2 \end{vmatrix}=$

www.zikao365.com

A. -4　　B. -2　　C. 2　　D. 4

2. 设矩阵$A^{*}=\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$，则$A^{-1}=$

A. $\begin{pmatrix} -1/2 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} -1/3 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & -1/3 \end{pmatrix}$

3. 设n阶矩阵A,B,C满足$ABC=E$，则

A. $A^{-1}=B^{-1}C^{-1}$　　B. $A^{-1}=C^{-1}B^{-1}$　　C. $B^{-1}=CA$　　D. $B^{-1}=AC$

4．设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 可由向量组 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t$ 线性表出，下列结论中正确的是

A．若 $s>t$，则 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 线性相关　　B．若 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t$ 线性无关，则 $s>t$

C．若 $s>t$，则 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t$ 线性相关　　D．若 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 线性无关，则 $s>t$

5．设 3 元线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$，已知 $\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=\mathrm{r}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})=2$，其两个解 $\boldsymbol{\eta}_1,\boldsymbol{\eta}_2$ 满足 $\boldsymbol{\eta}_1+\boldsymbol{\eta}_2=(-1,0,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\eta}_1-\boldsymbol{\eta}_2=(-3,2,-1)^{\mathrm{T}}$，$k$ 为任意常数，则方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的通解为

A．$\frac{1}{2}(-1,0,1)^{\mathrm{T}}+k(-3,2,-1)^{\mathrm{T}}$　　B．$\frac{1}{2}(-3,2,-1)^{\mathrm{T}}+k(-1,0,1)^{\mathrm{T}}$

C．$(-1,0,1)^{\mathrm{T}}+k(-3,2,-1)^{\mathrm{T}}$　　D．$(-3,2,-1)^{\mathrm{T}}+k(-1,0,1)^{\mathrm{T}}$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

6．设 $f(x)=\begin{vmatrix}0 & x & -1\\ 2 & -1 & 3\\ 3 & 1 & 2\end{vmatrix}=a_1x+a_0$，则 $a_0=$_____.

7．2 阶行列式 $\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix}$ 第 2 行元素的代数余子式之和为_____.

8．已知矩阵 $\boldsymbol{A}=(1,0,-1)$，$\boldsymbol{B}=(2,-1,1)$，且 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}$，则 $\boldsymbol{C}^2=$_____.

www.zikao365.com

9．设 $\boldsymbol{A}$ 为 2 阶矩阵，若存在矩阵 $\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$，使得 $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{A}=$_____.

10．设向量 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,-1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_2=(1,-1,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\alpha}_3=(-1,1,1)^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\beta}=(1,0,0)^{\mathrm{T}}$，则 $\boldsymbol{\beta}$ 由向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表出的表示式为_____.

11．设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(-2,1,3)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(1,0,-1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(k+2,1,0)^{\mathrm{T}}$ 线性相关，则数 $k=$____.

12．设向量 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,-1,2)^{\mathrm{T}}$ 与 $\boldsymbol{\alpha}_2=(4,0,k)^{\mathrm{T}}$ 正交，则数 $k=$_____.

13．设 3 元非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的增广矩阵 $\overline{\boldsymbol{A}}$ 经初等行变换化为

$$\overline{\boldsymbol{A}}\to\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 2 & -3 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 2\\ 0 & 0 & (k+2)(k-1) & k-1\end{array}\right)$$

若该方程组有无穷多解，则数 $k=$_____.

14．矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ 的两个特征值之和等于_____.

15．二次型 $f(x_1,x_2)=-x_1^2-x_2^2+2x_1x_2$ 的规范形为_____.

三、计算题（本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分）

16．计算行列式 $D=\begin{vmatrix}a_1-b_1 & a_1-b_2 & a_1-b_3\\ a_2-b_1 & a_2-b_2 & a_2-b_3\\ a_3-b_1 & a_3-b_2 & a_3-b_3\end{vmatrix}$.

17．设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}3 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$，求 $\boldsymbol{A}^*$ 及 $\boldsymbol{A}^{-1}$.

18．设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶矩阵，将 $\boldsymbol{A}$ 第 1 行的 2 倍加到第 3 行得到矩阵 $\boldsymbol{B}$，再将 $\boldsymbol{B}$ 第 2 列与第 3 列互换得到单位矩阵 $\boldsymbol{E}$，求矩阵 $\boldsymbol{A}$.

19．求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,3,-1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(2,3,4,-3)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(0,0,1,2)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(3,4,3,-9)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_5=(1,1,2,0)^{\mathrm{T}}$ 的秩和一个极大线性无关组，并将向量组中的其余向量由该极大线性无关组线性表出.

www.zikao365.com

20．求线性方程组

$$\begin{cases}x_1-x_2-3x_4=-2\\ x_1+2x_3-2x_4=-1\\ 2x_1-2x_2+x_3-6x_4=-5\\ -x_1+2x_2+3x_3+4x_4=2\end{cases}$$

的通解（要求用其一个特解和导出组的基础解系表示）.

21．设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶实对称矩阵，已知 $\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=2$，$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,0,-1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(1,0,1)^{\mathrm{T}}$ 分别是 $\boldsymbol{A}$ 的属于特征值 $\lambda_1=-1$，$\lambda_2=1$ 的特征向量．求 $\boldsymbol{A}$ 的另一个特征值和对应的特征向量．

22．求正交变换 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{y}$，将二次型 $f(x_1,x_2)=x_1^2+x_2^2-2x_1x_2$ 化为标准形．

四、证明题（本题 7 分）

23．设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 是齐次线性方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ 的一个基础解系，证明 $\boldsymbol{\beta}_1=\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2$，$\boldsymbol{\beta}_2=2\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2$ 也是方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ 的一个基础解系．

www.zikao365.com